

On the Distinction Between Formal and Material Implication

Denitsa Zhelyazkova

Doctoral student in Contemporary Philosophy, Sofia University

d_zhelyazkova@hotmail.com

Независимо дали обсъждаме теорията за анализа, природата на пропозициите, логическата утвърденост или изводимост, името за Ръсел не може да не бъде споменато, тъй като философските му възгледи стоят в основа на много съществени проблеми, които наследяват тясно специализираните общности, работещи в областта на съвременната аналитична философия. Именно това прави името на Бърtrand Ръсел синоним на аналитичната философия (вж. Лозев, 2018: 71)

Обект (Предмет) на тази статия няма да бъдат собствено логическите проблеми за анализа, за утвърдеността на пропозициите или за логическата изводимост. Единствената ми цел е да експлицирам мотивите, които провокират Ръсел да въведе разграничението между формална и материална импликация (Russell 1937: 49) в *Принципи на математиката* и да изведе следствията, до които води прокараното разграничение. На първо място, от съществена важност за осъществяване на заявените цели е двете понятия да бъдат ясно разграничени едно от друго, дори да не могат да бъдат еднозначно определени. За всеки вид логическа дедукция са от значение два вида импликация - материална и формална импликация. В математиката винаги утвърждаваме, че ако дадено твърдение p е истинно за някоя същност x или за някое множество от същности x, y, z , и т.н., тогава друго твърдение q е истинно за въпросните същности. Ние обаче не утвърждаваме нито p , нито q поотделно за вече споменатите същности. Утвърждаваме единствено отношението налично между твърденията p и q , което Ръсел нарича *формална импликация* (Russell 1937: 77). Анализът на понятието за формална импликация принадлежи към принципите на символната логика. В допълнение към това понятие Ръсел въвежда като неопределими следните понятия: импликация между пропозиции, които не съдържат променливи, отношението на термин към класа, чийто член е той, понятието за „такова, че“, понятието за отношение и истинността (Russell 1937: 112). С помощта на тези понятия могат да бъдат формулирани всички пропозиции на символната логика. Ако разгледаме примера " x е човек имплицира x е смъртен за всички стойности на x ", ние не утвърждаваме една единична импликация, а клас от импликации. Макар да се появява буквата x , действителна променлива при горния пример отсъства. Променливата е сведена, както е сведен x , под знака за интеграл, тъй че резултатът вече в никакъв случай не е функция на x . В този контекст на обсъждане, трябва да се спомене, че Пеано е онзи, който разграничава два вида променливи - действителна и привидна променлива. Ръсел наследява въведеното от Пеано разграничение. В какво се

състои разликата? Променливата е *привидна*, когато пропозицията не зависи от нея. В "x е човек" са налице различни пропозиции за различни стойности на променливата, и такава променлива Пеано нарича *действителна*. (Beany, 2013:101)

В *Принципи на математиката*, Ръсел говори за пропозиции на местата, където няма действителна променлива. Когато става въпрос за всички стойности на променливата, уточнява, че ще ползва термина „*пропозиционална функция*“ (Russell 1937: 78). В §22 от *Принципи на математиката* философът се опитва да даде дефиниция за пропозиция и пропозиционална функция. Важно е да бъде уточнено, че понятието пропозиционална функция се дефинира чрез понятието пропозиция, като някои или всички съставки на последната се заместят с променливи (чрез формализация). Една пропозиционална функция е истинна за някои стойности на променливата и се оказва, че е неистинна за други. Случаите обаче, в които тя е истинна за всички стойности на променливата, винаги указват формална импликация и са доста проблематични. Пример за това е: „x е човек имплицира x е смъртен“. Ние не знаем априори, че никакви други пропозиционални функции не са истинни за всички стойности на променливата. Ако $\phi(x)$ е пропозиционална функция, тогава $\phi(a)$ е пропозиция, за всеки термин a , който е заместен на мястото на променливата x . Ако „x е човек“ е пропозиционална функция, тогава „Сократ е човек“, „златната планина е човек“..., са пропозиции. Както отбелязва Никалъс Грифин, Ръсел не спазва ограниченията на типовата класификация, така че „в ляво от е човек“ също може да се окаже пропозиция (Griffin 1980: 121). Последното води до генериране на безсмислени пропозиции и до смесване на двете понятия, на понятието за пропозиция с това за пропозиционална функция. Ръселовите допускания могат да бъдат оправдани, защото се дължат на факта, че за философа важно е било с пропозициите да можем да се изказваме за всякакви неща, което изисква и обхващат неограничената (формалната) променлива. Неограничените променливи обхващат абсолютно всички същности - отношения, маси, числа, пространствени точки, пропозиции, класове, пропозиционални функции и т.н. „Като правим ‚x‘ винаги неограничена променлива, можем да говорим за променливата, която е понятийно идентична в логиката, аритметиката, геометрията и т.н.“ (Ръсел 1937: 89; §88). Всяко ограничаване на променливата би трябвало да бъде заявено, но тогава истинността на изказването, използващо ограничената променлива, не е абсолютна, а зависи от изказването, ограничаващо променливата. Променливите на логиката обхващат всичко, което има битие, а абсолютната истинност на логиката и математиката изисква абсолютно неограничени променливи.

Преди да обсъдя по-конкретно Ръселовото разбиране за материална импликация, ще щрихирам няколко важни момента, които биха допринесли за разбирането ѝ. Всяко изчисление се характеризира с това, че всичките му пропозиции имат като хипотеза и като консеквент утвърждаването на една материална импликация. Как може да бъде характеризирана материалната импликация? Обикновено хипотезата е от вида " p имплицира p ". Буквите, които се утвърждават в консеквента са пропозиции, а консеквентите се състоят от пропозиционални

функции, които са винаги истинни за всички пропозиции. Материалната импликация е *импликация*, която е налице единствено между пропозиции. В това се състои основната разлика между формалната и материалната импликация. Ръсел категорично заявява, че валидното извеждане на една пропозиция от друга се основава на отношение (форма), за което не е от значение дали се възприема или не от субекта и нарича това отношение материална импликация. Именно при обсъждането на последната в *Принципи* се появява и изказването 'умът всъщност е толкова чисто рецептивен за извода, както здравият разум предполага, че умът е рецептивен при възприятието на сетивни обекти' (Russell 1937, §37). Отношението на материална импликация следва да бъде разграничавано от отношението на *формална* импликация, която е налице между пропозиционални функции, когато едната имплицира другата за всички стойности на променливата. Дали формалната импликация може да бъде дефинирана в термините на материалната импликация, е труден въпрос, на който Ръсел не успява да даде задоволителен отговор. Логиците често смесват двата вида импликация и често пъти говорят за материална там, където имат предвид формална. Например: когато се каже, „Сократ е човек, следователно Сократ е смъртен“, Сократ се *разглежда* като променлива. Сократ е представител на човешкия вид и ние го разглеждаме така, сякаш всеки друг човек би могъл да бъде поставен на негово място при заместване. Ако вместо *следователно*, което имплицира истинността на хипотезата и консеквента, сложим „Сократ е човек имплицира Сократ е смъртен“, веднага става ясно, че можем да заместим не само друг човек, но която и да е друга същност (entity) на мястото на Сократ. Така, въпреки че в подобен случай формулираното изглежда да е материална импликация, онова, което се има предвид всъщност, е формална импликация.

Всичко казано до тук ни изправя пред по-сложния логически проблем, проблемът за разграничението между една действително утвърдена пропозиция и една пропозиция, разгледана само като пропозиционално понятие. В *Принципи на математиката* Ръсел разглежда един недоказуем принцип, който се основава на допускането, че ако хипотезата на една импликация е истинна, тя може да бъде изпусната, а консеквентът да бъде утвърден. Принципът се ползва винаги, когато се твърди, че дадена пропозиция е *едоказана*. Намерението е да се демонстрира, че всяка доказана пропозиция е имплицирана от която и да е истинна пропозиция. Принципът се използва винаги при заместването на константа, удовлетворяваща хипотезата, в консеквента на една формална импликация. По този повод, настояването на Ръсел е следното: „Ако ϕx имплицира ψx за всички стойности на x и ако a е константа, удовлетворяваща ϕa , можем да утвърдим ψa , изпускайки истинната хипотеза ϕa “ (Russell, 1937:194). Това се случва тогава, когато кои да са от правилата за извод, които почиват на хипотезата, че участващите променливи са пропозиции, се прилагат към конкретни пропозиции. Последното прави принципа съществено важен за всеки вид доказателство. Принципите на извод показват, че ако p и q са пропозиции, то p заедно с " p имплицира q " имплицира q . На пръв поглед може да изглежда правдоподобно да се каже, че това ни дава възможност да утвърдим q , ако p е истинно и имплицира q . Не така стоят нещата. Докато не въведем нов принцип, ще бъдем въвлечени в безкраен регрес на все по-сложни

импликации, без да можем да постигнем утвърждаването на q . Последното затруднение заставя Ръсел да въведе понятието *следователно*, което е съвсем различно от понятието *имплицира* и е налице между същности (в смисъла на entities). В граматиката разграничението е между глагол и отглаголно съществително (аналогично, в логиката е разграничение между действително съотнасящо отношение и отношение в себе си).

Примерите, които онагледяват разграничението са следните: " A е по-голямо от B " и "това, че A е по-голямо от B ". В първия от тези два случая пропозицията е действително утвърдена, докато във втория, според британския логик, пропозиционалното понятие само се разглежда. Пропозиционалното понятие може да участва като част от някоя утвърдена пропозиция. Ръсел опитва да даде яснота по отношение на "утвърждаване" в непсихологическия смисъл на думата, пропозицията " p имплицира q " *утвърждава* една импликация, макар че тя не *утвърждава* p или q . P и q , които участват в пропозицията, не са същите като p и q , които са отделни пропозиции, ако са истинни. Основният въпрос е, как една пропозиция, поради това, че е действително истинна, се различава от онова, което би била като същност (entity), ако беше неистинна? Отговорът е, че единствено истинните пропозиции са утвърдени. Утвърждаването обаче не може да рефлектира върху стойността по истинност на пропозицията, защото пропозицията би станала различна пропозиция, ако утвърждаването би имало силата да променя истинностната ѝ стойност. Пропозицията не може да бъде утвърдена, ако не е истинна, но не всяка истинна пропозиция е утвърдена. Например: в " p имплицира q " p и q не са утвърдени, и все пак могат да бъдат истинни. Има немаловажна разлика между неутвърдена и утвърдена пропозиция. Разграничението между неутвърдени и утвърдени пропозиции стои в основата на разграничението между понятието за „следователно“ и понятието за импликация. Когато казваме "следователно", експлицираме отношение, което може да е налице само между утвърдени пропозиции (които са винаги истинни) и което затова се различава от импликацията. Когато ползваме "следователно", хипотезата може да бъде изпусната, а заключението да бъде утвърдено само по себе си; при ползването на импликация, последното не би било възможно.

Според допуснатата в *Принципи на математиката* онтология, "всичко, което може да бъде обект на мисълта, или може да участва в която и да е истинна или неистинна пропозиция, или може да бъде преброено като едно" е термин. Термин е възможно най-обща философска категория. Всичко е термин. Всеки термин има битие безотносително от ума, притежава онтологическа независимост от всеки друг термин и значение." (Russell, 1937: IV).

Според Хилтън, „идеята, че има само един вид променлива в логиката и че тя е абсолютно неограничена, напомня за идеята, че има само една фундаментална онтологическа категория и че тя включва всичко" (Hylton 1990: 175).

Literatura:

1. Lozev, K. 2018. Logičeskij analiz na ezika: Burtrand Rusel (1896 - 1911) // sp. *Filosofija*, Volume 27, Number 1, 2018, 71 - 88.
2. Beany, M. 2013. *The Oxford Handbook of The History of Analytic Philosophy*. Ed. Michael Beany.
3. Griffin, N. 1980. *Russell On The Nature Of Logic (1903-1913)*.
4. Hylton, P. 1990. *Russell, Idealism, and the Emergence of Analytic Philosophy*. Oxford: Clarendon Press.
5. Russell, B. 1937. *The Principles of Mathematics* (1903). Second edition. London: George Allen & Unwin Ltd.